# Вариант 9

# Наименование и цель работы.

*Цель работы:* изучение методов построения дискретных динамических моделей, используемых при синтезе цифрового управления, и идентификация параметров моделей объектов регулирования, описываемых конечно-разностными уравнениями.

Непрерывная модель, описывающая поведение объекта с сосредоточенными параметрами, представляет собой непрерывную функцию  и может быть интерпретирована в виде графика (рис.1).

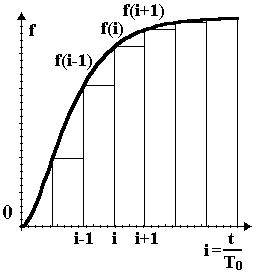


Рис.1. График функции 

Весь диапазон времени разбивается на равные интервалы.  - такт квантования. Обозначим  *-* текущий индекс (номер) такта квантования.

При малых тактах квантования разностные уравнения можно получать из дифференциальных путем дискретизации последних [2]. В частности, дифференциалы могут приближенно заменяться правыми разностями:

;

; (1)

.

Таким образом можно получить производную *-*го порядка в виде разностной схемы.

Из теории автоматического управления известно, что модели (рис.2) динамических объектов с запаздыванием в непрерывном виде могут быть представлены дифференциальными уравнениями или соответствующими передаточными функциями:

 (2)

или

 (3)

где  - выходной сигнал объекта;  - входной сигнал объекта;  - коэффициент усиления объекта;  - время чистого запаздывания объекта; - оператор преобразования Лапласа;  - постоянные времени объекта, по которым могут вычисляться коэффициенты  дифференциального уравнения (2):

при  ,

при  , ,

при  , ,

.

# Описание постановки задачи

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Технологический объект (ТО) | Канал объекта регулирования | Пар. модели ТО | | | | | | Такт квантования | Порядки уравнений восстанавливаемых моделей | Метод решения системы лин. Уравнений |
| T1 | T2 | T3 | k | т | p | T0 |  |  |
| Теплообменник | Расход греющего пара - температура смеси на выходе теплообменника | 4,21 мин | 3,19 мин | - | 12,1 ºС/(м3/ч) | 0,5 мин | 0,61 | 0,1 мин | 2;3 | Правило Крамера |

Таблица 1

Расход греющего пара - температура смеси на выходе теплообменника является апериодическом звеном второго порядка с чистым запаздыванием и представляется в виде дифференциального уравнения второго порядка.

 (4)

# Математическая формулировка задачи

соответствующей передаточной функции

. (5)

Из дифференциального уравнения (4) получим конечно-разностное:

. (6)

Преобразуя это уравнение, выразим из него *.*

 (7)

Введем обозначения:

, (8)

, (9)

. (10)

Отсюда

 (11)

Уменьшая текущий индекс такта квантования на единицу в левой и правой частях уравнения (11), получим конечно-разностное уравнение второго порядка, удобное для практического использования:

 (12)

, (13)

где  - выход объекта без помехи;  - измеряемое значение выходного сигнала с помехой ;  - коэффициент помехи, определяющий уровень помехи на каждом такте  квантования; .

Для уравнения (12) начальные условия принимаются нулевыми и определяются его порядком:

, (14)

.

Если на вход имитационной модели подается единичное ступенчатое воздействие, то, начиная с такта квантования ,  .  определяется временем переходного процесса :

*=*. (15)

переходный процесс объекта регулирования  с учетом помехи .

На вход имитационной модели объекта подается единичное ступенчатое воздействие  , т.е. проводится активный эксперимент. Точки кривой разгона  для заданного такта квантования  рассчитываются по уравнениям (12),(13).

Ставится задача: по полученной на имитационной модели объекта регулирования кривой разгона найдем параметры математической модели той же структуры, то есть восстановим коэффициенты  в уравнении (16):

, (16)

где  - выход восстанавливаемой модели объекта; 

-восстанавливаемые коэффициенты модели объекта.

Для решения поставленной задачи воспользуемся методом наименьших квадратов (МНК), широко применяющимся для параметрической идентификации моделей объектов регулирования.

. (17)

В уравнении (16) индекс  при  и можно заменить на индекс , т.к. для определения  всегда известны измеренные значения  и . Поэтому для любого -го такта квантования справедливо:

. (18)

Подставив (18) в (17), получим:

 (19)

Так как функция  положительно определенная в силу квадратичной формы, то необходимым и достаточным условием экстремума  является равенство нулю первых производных по искомым параметрам:

;

; (20)

;

После преобразования получим:



 (21)



Параметры , удовлетворяющие критерию (17), находятся решением системы (21) линейных уравнений [1]. МНК в приведенной постановке со стохастическим возмущающим сигналом позволяет получить достоверные и несмещенные оценки параметров .

При равенстве нулю коэффициента помехи , т.е. при отсутствии возмущений на выходе имитационной модели, когда , оценки  должны совпадать с  (до погрешности вычислений).

По полученным  из системы (21) можно восстановить значения параметров соответствующей передаточной функции объекта (5) .

После получения параметров  разностного уравнения (16) необходимо оценить меру соответствия полученной модели реальному объекту (имитационной модели), т.е. проверить адекватность модели объекту.

Адекватность устанавливается по критерию Фишера [3], для чего рассчитывается дисперсионное соотношение :

, (22)

где  - дисперсия относительно среднего, характеризующая отклонение выхода объекта  от среднего значения ;  - остаточная дисперсия, характеризующая отклонение выхода модели  от выхода объекта .

, (23)

, (24)

где  - среднее значение выхода объекта;  - число связей, наложенных на выборку, равное числу определяемых коэффициентов (для уравнения (16) ).

Полученное разностное уравнение (25) модели считается адекватным объекту, если расчетное значение  больше некоторого критического значения , т.е. при выполнении неравенства:

, (25)

где  - критическое значение критерия, зависящее от чисел  степеней свободы для дисперсии  и   и от уровня значимости .

Критическое значение Фишера выбирается из таблиц распределения Фишера [4]. Уровень значимости принять равным . При невыполнении условия (25) уравнение (18) модели не адекватно объекту.

# Схема алгоритма решения

1. 1

НАЧАЛО

2 Ввод исходных данных для

, имитационной модели объекта

 и критерия Фишера

3

Пересчет коэффициентов

 уравнения (6) по постоянным

времени  объекта

4

Расчет параметров дискретной

 модели (12) с заданным тактом 

по формулам (8), (9), (10).

5

 Задание нулевых

 начальных условий



6

 Формирование единичного

 ступенчатого воздействия

на вход объекта

7

Рис. 4. Схема алгоритма решения задачи

6

7

,  Расчет переходного процесса объекта

 по имитационной модели без помехи

и с учетом помехи 

8 Вычисление сумм при искомых

, коэффициентах и массива свободных

, членов 

 системы уравнений (28)

9 Решение системы (28) уравнений

 по правилу Крамера

10

, Печать параметров имитационной

 модели (12) и коэффициентов

восстановленной модели (16)

11

Расчет дисперсии относительно

,, среднего, остаточной дисперсии

и критерия Фишера

12

Рис. 4. Продолжение

11

12 Нет Проверка выполнения

 условия адекватности

модели объекту

Да

13



Модель адекватна

объекту

14

 Модель

не адекватна

объекту

15 Печать переходных процессов объекта

,,, по имитационной модели без помехи,

 с помехой и по восстановленной модели

при ступенчатом входном воздействии

16

КОНЕЦ

Рис.4. Окончание

# Распечатка программы и результатов расчетов

# Графики переходных процессов объекта (при наличии помехи и без нее) и модели (разных порядков)

# Анализ полученных результатов